

## TEMA 6

### **6. Isaac Newton: una nova concepció de l'Univers**

#### **6.1 Biografia de Newton**

#### **6.2 Aportacions astrofísiques de Newton**

##### **6.2 a) El moviment i l'espai a Descartes**

##### **6.2 b) Introducció al Principia**

##### **6.2 c) Principia: Pròleg, definicions i lleis del moviment**

##### **6.2 d) Principia: Llibre III, mecànica celest**

##### **6.2 e) Raonament Newtonià amb les lleis de Kepler**

---

## **6) ISAAC NEWTON: UNA NOVA REVOLUCIÓ**

### **6.1) Biografia d'Issac Newton**



Isaac Newton va néixer de manera prematura el dia de Nadal (24 de desembre) de 1642, en una casa familiar de Woolsthorpe, a Lincolnshire. Curiosament, aquest mateix dia a Europa, era el 4 de gener, ja que a Anglaterra no s'havia adaptat al calendari gregorià.

El pare de Newton provenia d'una família pagesa, que poc a poc van anar comprant terres. Va morir tres mesos abans del naixement d'Isaac. La seva mare Hannah es va convertir en la seva principal referència tot i que el jove Isaac va rebre un dur cop quan es va casar amb Barnabas, un pàrroc anglicà de seixanta-quatre anys.

Des d'aquest moment, Newton es va convertir en un noi silenciós i pensatiu, que havia après a refugiar-se en la intel·ligència per aïllar-se del món exterior. Es creu que fos probable que tingués en ocasions uns períodes d'inestabilitat emocional i mental, ja que en els seus anys d'adult va donar sobrades mostres de canvis d'humor en les relacions amb altres científics. En la seva etapa d'estudiant, va haver de confessar uns pecats, entre els quals figurava "*amençar al meu pare i mare amb cremar-los a ells i a la casa amb ells a dintre*".

En teoria Newton apuntava a seguir els passos del seu pare com agricultor, tenint en compte que havia heretat les terres del seu pare i d'altres que li havia donat el padrastre. Disposava d'una situació envejable per a qualsevol agricultor.

Newton no semblava tenir una poderosa intel·ligència, sobretot en els primers anys d'estudis, sinó que va explotar el seu potencial intel·lectual a causa d'una baralla amb un company de la seva classe. A partir d'aquest moment va decidir continuar la seva formació, interessant-se per la lectura de llibres, sobretot científics.

En 1659, quan Newton ja tenia 17 anys, la seva mare va decidir que ja havia rebut suficient formació acadèmica i li va fer tornar a la granja per fer-se càrrec de la família. Però com a granger va resultar un desastre (amb Newton no era estrany que s'escapessin els animals envaint terres veïnes).

Al final va aconseguir convèncer a la seva mare i va continuar els estudis a la universitat. Va ingressar d'immediat, encara que en aquell moment la formació acadèmica de Newton no era la millor. Del que havia après, cal destacar el gran domini que tenia del llatí (llengua culta per al món científic) i el coneixement de la llengua hebrea per les seves escriptures.

Concretament el juny de 1661 va ingressar a la Universitat de Cambridge i va estar relacionat amb aquesta com a estudiant i professor fins a final del segle XVII.

El 1664 ja comença a tenir clar els seus mètodes d'estudi. Havia adquirit les noves tendències de la ciència moderna: la racional i l'empírica. Unia el desenvolupament lògic de Descartes amb els experiments de Galileu o Bacon. Aquest mateix any, també comencen els seus experiments amb prismes, que li portarien als seus resultats sobre els colors de l'arc de Sant Martí. També comencen els seus estudis en profunditat sobre les matemàtiques.

El 1665 va finalitzar els seus estudis en arts (que contenen filosofia natural, cosmologia, astronomia i geometria) i en 1669 va prendre possessió de la càtedra de matemàtiques a Cambridge. Aquest mateix any la propagació de la pesta va obligar a tancar la universitat. Durant aquest temps va reflexionar sobre la força causant dels moviments planetaris, i a aquesta època correspon el descobriment de la força en funció del quadrat de la distància (a partir de la tercera llei de Kepler). Sembla que va abandonar el tema fins 1679, quan va aconseguir solucionar el problema de la gravitació. El 1666, amb la seva reincorporació a la universitat, va orientar els estudis al càlcul, la òptica, els estudis bíblics i la alquímia.

El 1668 va construir un telescopi i va començar a fer grans aportacions a la òptica física o l'estudi de la naturalesa de la llum. El 1672 va proposar una hipòtesi sobre la manera com els colors de l'arc de Sant Martí entren en la composició de la llum blanca solar. Poc després de ser admès a la Royal Society, va rebre dures crítiques per les inferències a la teoria dels colors. El 1676 es va publicar un altre escrit de Newton, "*An Hypothesis explaining the Properties of Light*", a qui Hooke va acusar de plagiat.

En una primera instància, Newton va deixar la Royal Society, però més tard, el mateix Hooke li va demanar que tornés. A més, li va demanar la seva opinió sobre la descomposició dels moviments planetaris en un inercial tangencial i l'altre orientat al centre a causa del poder atractiu. En aquesta descomposició de forces, la força gravitatòria es compensa amb la força centrípeta (que fa girar el cos). Però va ser Newton qui va poder arribar a la Llei de Gravitació Universal.

Newton es va comprometre amb Halley a enviar-li una demostració de la llei de la gravitació Universal, que va ser el "*De Motu corporum*". Aquesta obra era un avançament a "*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*". Aquesta obra va ser publicada el 1686 el primer manuscrit, i el 1687 el segon i el tercer manuscrit.

El 1692, i 1693, sembla que Newton “va perdre la consistència de la ment” i va caure en una depressió de més d’un any. A més, va acusar els seus amics injustament. El 1696, decideix abandonar la Universitat de Cambridge i es va traslladar a Londres on era el cap de la Casa de la Moneda (tot i que no tenia res a veure amb la docència ni amb la investigació).

El 1703, quan Hooke ja havia mort, va ser nomenat president de la Royal Society en reconeixement als seus mèrits, passant per alt les dolentes relacions amb alguns científics de la societat.

Leibniz i Newton van protagonitzar un altre escàndol. Newton va acusar Leibniz d’apropiar-se d’idees que no eren seves. La història ens demostra que estava equivocada, ja que havien arribat al càlcul infinitesimal per mètodes diferents, però l’algoritme de Leibniz era més operatiu i efectiu.

El 1710, Newton va obtenir el permís del rei i es convertí en l’astrònom real, càrrec que suposava el dret a visitar l’Observatori de Greenwich, demanar a Flamsteed (home amb qui tenia una molt dolenta relació) les observacions pertinents o decidir els instruments que havien d’haver a l’observatori.

Finalment, el 20 de març de 1727, va morir un dels millors científics de tota la història. Va ser enterrat en l’abadia de Westminster.

*“La naturalesa i les lleis de la naturalesa romanien ocultes en la nit. Déu va dir: Sigui Newton. I la llum es va fer”*

## **Alexandre Pope (1688 - 1744)**

Aquest epitafi que podem trobar a la tomba de Newton, va ser dedicat per el poeta anglès Alexandre Pope, en memòria d’Isaac.

## **6.2) Aportacions astrofísiques de Newton**



Newton va obrir les portes del cosmos mecanicista

Les aportacions que Newton va realitzar en molts camps (de la física o les matemàtiques fins a la filosofia), van ser reconegudes per els seus contemporanis com una autèntica revolució. L’extraordinari paper de Newton, va quedar gravat en diferents camps, dels quals els principals són els següents:

- Òptica, teoria del color i la llum.
- Matemàtica pura i aplicada (va introduir el càlcul infinitesimal), honor que comparteix amb Leibniz.

- Disseny d'instruments científics.
- Dinàmica i formulació dels conceptes bàsics d'aquesta.
- Llei de la Gravitació Universal i la elaboració d'un nou sistema sobre aquesta base.
- Formulació de la teoria gravitacional de les marees.
- Formulació de la nova metodologia de la ciència, el què es coneix com el mètode hipotico deductiu.
- Estudis sobre el calor, la química i teoria de la matèria.
- Interpretacions de les Sagrades Escripures.

Però l'obra de Newton no és un salt en el buit. Tal com ell diu, "*Si he pogut veure més enllà, es deu a què estava encaramat a espatlles de gegants*". Aquests gegants eren Kepler per les seves lleis planetàries, Galileu pels seus estudis cinemàtics i Descartes pel seu sistema físic, basat en el mecanicisme.

El concepte que tenia Newton de la gravetat, el trobem des de l'antiguitat, però no cal anar-se'n tan lluny. Robert Hooke, físic contemporani a Newton, va realitzar una obra en la que l'explicació dels moviments planetaris s'ha convertit en un problema de mecànica aplicada, similar als problemes terrestres, com el d'un pèndul o un projectil. Sembla ser que a Hooke només li va faltar un major coneixement de matemàtiques per poder arribar a la llei de Gravitació Universal. De fet, Hooke afirmava que Newton havia pres d'ell la fórmula de l'invers del quadrat de la llei de gravitació, i que "només la demostració de les corbes generades a partir de la llei pertanyien a Newton".

Tot i que ja han passat més de dos segles de la mort de Newton, la visió actual de l'Univers segueix sent newtoniana. Les dues grans teories de la física moderna, la mecànica quàntica i la teoria de la relativitat (introduïda per una petita correcció de la fórmula de la gravetat de Newton que només pot afectar a càlculs d'extrema precisió), no s'han integrat en una nova síntesi Universal. Podem afirmar, que la concepció de l'Univers ha estat fins el segle XVII aristotèlica. Tot seguit, una sèrie de personatges van viure en un període de transició (Copèrnic, Galileu, Kepler, Gilbert, Brahe...) fins que Newton va donar lloc a la física newtoniana.

|   |
|---|
| <p>"Si he pogut veure més enllà, es deu a què estava encaramat a espatlles de</p> |
|---|

## 6.2. a) El moviment i l'espai de Descartes

Durant els anys de formació a Cambridge, Newton va escriure un llibre sobre la concepció de l'espai que defensava. Cal destacar la "prioritat" que la noció d'espai tenia sobre la del temps en aquella època, entre altres coses, a causa de la importància que el tema d'un possible buit interestel·lar tenia per a la descripció dels moviments.

L'anticartesianisme de Newton li va portar a decantar-se per un espai buit absolut, que es va posar de manifest en el manuscrit de vint-i-cinc pàgines, *De Gravitatione et aequipondio fluidum* (Sobre la gravitació i l'equilibri dels fluids), que mai va ser

publicat per el propi Newton; aquest tractat va veure la llum per primer cop a finals del s. XVII. Tot i que estava dedicat a la hidrostàtica, de fet es va convertir en una reflexió crítica sobre la manera de concebre l'espai, el moviment i la matèria de la manera cartesiana.

Descartes havia distingit entre el moviment pròpiament definit filosòficament i el moviment en el sentit en què es realitza. El què diferencia un moviment de l'altre, és el sentit de referència. En termes generals, moviment es canvi de relació entre un cos i un referent que no pertany al cos (lloc), és a dir, el moviment és un canvi de lloc. Però amb aquestes premisses sorgeixen dues possibilitats:

- La primera consisteix a suposar que es pot determinar l'estat d'un cos en relació a un il·limitat nombre de llocs (és a dir, si som a un aeroport, podem establir el moviment d'una persona en relació molts llocs: el Sol, la Terra, l'aeroport des d'on va sortir, la torre de control...). En aquest cas, al cos li correspon una infinitat d'estats diferents sense que entre ells es doni cap incompatibilitat. I com l'elecció d'aquest lloc depèn de l'observador, en realitat el moviment no és una propietat dels éssers sinó una propietat que depèn del nostre pensament.

A més, segons Descartes, el lloc d'un cos ha de ser altre cos

- L'altre possibilitat que es deriva de la filosofia de Descartes, és que, si la Terra és arrossegada per una esfera d'èter, amb respecte al medi que la fa moure's, es trobarà en estat de repòs.

A partir del 1664, es distancia del filòsof Francés (Descartes) intentant trobar un sistema de referència que li permetés definir el moviment vertader i únic d'un mòbil en un instant donat. Newton va intentar sortir d'aquesta relativitat del moviment per intentar afirmar un absolut.

El què intentava trobar era exigir la immobilitat del sistema de referència. Però el problema es, que cap cos pot complir amb aquesta condició (molt menys després de la llei de Gravitació Universal, en la què afirma que tota massa es troba en interacció gravitatòria). Però finalment va atribuir repòs a l'espai buit, característica que si podem afirmar per definició. A més, va definir que "l'espai es donat com tot allò diferent d'un cos". De tot aquest raonament sobre el sistema de referència dels cossos i el moviment va establir les següents definicions:

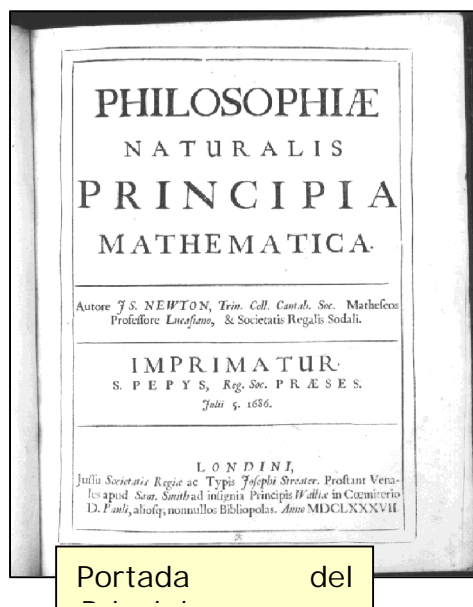
1. El lloc es la part de l'espai que un cos omple.
2. El cos és allò que omple un lloc.
3. El repòs és la persistència en el mateix lloc.
4. El moviment és un canvi de lloc.

Si tornem a l'exemple anterior del remolí d'èter, en opinió de Newton, les posicions, distàncies i moviments s'han de referir a l'espai, i no a les parts de la matèria, tal i com defèn Descartes. Newton acaba amb un argument basat en la relació entre el moviment circular absolut i les forces, que desenvoluparà àmpliament en els Principia (referència al 6.2 b, c, d).

## 6.2. b) Presentació del “Philosophiae naturalis Principia mathematica”

Aquesta obra va néixer el 5 de juliol de 1687. El títol que va rebre va ser, *Principis matemàtics de la filosofia natural*, amb tota probabilitat li va posar aquest nom en contraposició a l'obra de Descartes, *principis de la filosofia*, obra carent de qualsevol tipus de demostració matemàtica.

En el prefaci del llibre, Newton adverteix que la seva intenció és reduir els fenòmens naturals a lleis matemàtiques. Com la mecànica es l'estudi dels moviments, interessa cultivar aquesta branca del saber, però no de la manera de la mecànica pràctica, degut a què els artesans operen amb poca exactitud i rigor, sinó de la mecànica racional o teòrica



Molts autors sostenen que Newton va realitzar una síntesi, una espècie de conformació dels principis de Kepler, Galileu, Hooke i altres científics. Però en el llibre del *Principia*, va demostrar que moltes d'aquestes idees o principis eren errònies. Les principals premises errònies que va mostrar eren les següents:

- Kepler: *“Les tres lleis planetàries són descripcions vertaderes del moviment dels cossos; una força solar exercida sobre ells disminueix en proporció a la distància i només actua al pla de l'eclíptica. El sol és un cos enorme, i degut a la seva inèrcia natural, un cos queda en repòs quan la força motriu deixa d'actuar”.*
- Descartes: *“Els planetes són traslladats per un mar d'èter que es desplaça en grans vèrtex; a més, els àtoms no podem existir, com tampoc el buit ni l'espai buit.”*
- Galileu: *“L'acceleració dels cossos que cauen cap a la Terra és constant per a qualssevol distància, fins i tot des de distàncies tan grans com la de la Lluna. La Lluna no pot influir en les mareas oceàniques”*
- Hooke: *“La força centrípeta inversament proporcional al quadrat de la distància que actua sobre un cos produeix un moviment orbital amb una velocitat inversament proporcional a la distància des del centre de la força”*

*Principia* és un llibre extraordinari en diversos nivells; presenta resultats originals en:

- Matemàtica pura (teoria dels límits i geometria de les seccions còniques)
- Conceptes fonamentals de la dinàmica (massa moment força)

- Codifica les seves lleis del moviment
- Demostra la importància de les tres lleis planetàries de Kepler
- Demostra la conclusió experimental de Galileu de que dos cossos de pes desigual cauran en caiguda lliure amb acceleracions i velocitats iguals.
- Desenvolupa les lleis del moviment curvilini i l'estudi del pèndol.
- Demostra com tractar el moviment de partícules en camps de força contínuament variables.

Un exemple és el moviment de la Lluna. Durant més de mil cinc-cents anys, els astrònoms havien analitzat els moviments de la Lluna mitjançant esquemes geomètrics, sense pensar en les seves causes. Newton va demostrar que la causa principal de les "desigualtats lunars", era producte del fenomen d'atracció entre el Sol i la Terra sobre la Lluna.

El Principia es presenta com un tractat de mecànica en el que s'estableixen (de manera demostrada) els moviments dels cossos en les seves relacions generals amb les forces que els produeixen. L'obra està dividida en tres llibres i en un pròleg:

- Pròleg: Newton estableix diverses definicions dels temes bàsics de la filosofia natural, el més important de la vessant física, estableix les lleis del moviment.
- Llibre I: s'ocupa del moviment dels cossos en el buit, això és, en un medi on les forces que s'oposen o alteren el moviment són negligibles (per exemple el fregament). En aquest es formula el concepte de força centrípeta, a partir de la qual, es fonamenten dinàmicament les tres lleis del moviment planetari de Kepler.
- Llibre II: Estudia el moviment dels cossos en medis resistents (fluids), i constitueix una implacable crítica al sistema cartesià dels vòrtex.<sup>1</sup>
- Llibre III: Ens mostra la constitució del sistema del món com a conseqüència de l'aplicació de la mecànica racional a la mecànica celeste.

El resultat d'aquests tres llibres (especialment el primer), s'utilitzarà per conèixer i predir amb exactitud els principals fenòmens celestes i terrestres, restant finalment la teoria de la Gravitació Universal. Quan això arribés a succeir, el món apareixerà com una elegant estructura ordenada en la que res, s'escaparà de l'acció d'aquesta força gravitatòria que opera sempre segons la llei desvetllada per Newton. A continuació analitzarem l'obra del Principia de Newton, passant per alt el segon capítol, buit d'informació astronòmica.

## 6.2 c) Principia: Pròleg, definicions i lleis del moviment

---

<sup>19</sup> Descartes va rebutjar la concepció d'un sistema de planetes que giraven al voltant del Sol, semblant al model de Copèrnic, i en el seu lloc, va idear la doctrina dels vòrtex o torbellins de matèria etèrea, en la que l'espai es troba ple de matèria en diversos estats, girant al voltant del Sol.

El Principia, que intentava ser un manual o proposta que demostrés i investigués les forces responsables dels moviments dels planetaris, havia d'estar construït sobre uns forts fonaments. Aquests fonaments eren les definicions que va establir en el pròleg, i sobre les quals va desenvolupar la seva obra física.

1a DEFINICIÓ: En la primera definició, Newton considera inseparable la quantitat de matèria i el pes. El pes i la massa són proporcionals, però no són el mateix (entre altres coses, una és constant mentre l'altre varia amb la distància al centre de la Terra).

La massa s'identifica amb la quantitat pròpia de matèria de cada cos, en virtut de la qual aquest té la capacitat d'oposar-se als canvis d'estat, exercint una resistència a iniciar un moviment si es troba en repòs, o a finalitzar-lo si es troba en moviment (variant la velocitat o la direcció del vector de moviment). Aquesta derivació de la primera llei, és el que avui coneixem com a força de fregament.

El nou sentit de la noció d'inèrcia (o massa inercial), implica que la conservació del moviment no suposi l'actuació d'una força impresa (en contrari del que pensaven Aristòtil o Kepler). Si aquesta força s'exerceix sobre un cos, aquest deixa de conservar el seu moviment, produint-se un canvi o variació de la quantitat de moviment. En conclusió de la primera definició, l'actuació d'una força constant no produeix un moviment constant, sinó una constant "k" de modificació del mòdul de la velocitat i/o direcció del moviment.

2a DEFINICIÓ: En la segona definició, Newton afirma que la quantitat de moviment s'obté per mitjà del producte de la massa per la velocitat, sent proporcional una a l'altre. Aquest producte (anomenat avui en dia Moment), va donar lloc al tipus de força que un cos exerceix quan xoca amb un altre.

Quantitat de moviment:  $P = mV \rightarrow P = kg \cdot \frac{m}{s}$

Impuls mecànic:  $I = F \cdot \Delta t = \Delta P \rightarrow I = N \cdot s$

3a DEFINICIÓ: en la tercera definició introdueix el concepte de la força d'inèrcia i la considera inherent a la matèria: l'absència de forces sobre un cos garanteix que aquest romandrà en el mateix estat sense cap tipus de variació.

En ocasions i sobretot al principi, utilitzar el terme força amb la inèrcia va crear confusions, ja que pròpiament no ho és. En comptes de produir la modificació de l'estat inercial dels cossos, el seu efecte és el contrari: per una banda garanteix la conservació de l'estat, però per això mateix s'oposa a l'acció de qualsevol força que tracti d'alterar-lo.

4a DEFINICIÓ: Des de la segona pàgina de la seva obra, Newton anomena a la força que actua sobre un cos impedit-li romandre en el seu estat, ya sigui en repòs o amb un moviment rectilini uniforme, com a "força impresa" (*vis impressa*) capaç de modificar la "força inercial".

Però el què va introduir a la 4a definició, es que les forces impreses poden "realitzar-se de diverses maneres: per xoc, per pressió o per la força centrípeta."

5a DEFINICIÓ: En la cinquena definició s'afirma que la força centrípeta és aquella qui fa que els cossos tendeixin cap a un punt central, ja sigui per arrossegament, per empenta o per qualsevol altre raó.

En aquest punt, Newton no explica amb claredat quin és el mecanisme responsable d'aquesta acció, però el què sí que s'especifica es que s'oposa al esforç centrífug dels cossos que giren, evitant que s'apartin del centre.

Aplicant aquest concepte a l'astronomia, la força centrípeta és la responsable del manteniment dels planetes en la seves òrbites, i també de la caiguda sobre la superfície terrestre d'un projectil, ja que si aquesta no actués, els astres o projectils, avançarien indefinidament amb un moviment uniforme en línia recta. Després d'un llarg camí per el principia, ens trobarem de cop i volta dos conceptes força importants: la força planetària i la gravetat; aquestes nocions conduiran a la llei de Gravitació Universal.

Un cop Newton planteja les definicions de massa, força d'inèrcia, força impresa... les enllaçarà en un altre apartat sintetitzant les definicions en els "Axiomes o Lleis del moviment". Aquestes tres lleis, per a Newton són concebudes com axiomes, és a dir, no es poden reduir a unes altres. L'enunciat de les tres lleis és el següent:

- Primera llei o llei de la inèrcia: "Tot cos preserva el seu estat de repòs o de moviment rectilini uniforme, a no ser en tant que es vegi obligat per forces impreses a canviar d'estat".

El què Newton exposa en la seva primera llei és el concepte d'inèrcia, però va introduir unes modificacions referents a la concepció cartesiana: en primer lloc, segons s'ha vist, la tendència dels cossos a perseverar el seu estat natural és proporcional a la "massa inercial" i no al volum del cos. En segon lloc, Newton dirigeix la causa de la modificació de l'estat a qualsevol tipus de força que s'imprimeixi sobre un cos; xoc, pressió o per la força centrípeta. En Descartes es reduïa a una força de xoc.

- Segona llei o principi fonamental de la dinàmica: "El canvi de moviment és proporcional a la força motriu impresa i succeeix segons la línia recta al llarg de la qual aquella força s'imprimeix".

Newton es va fixar en una observació elemental: si una força qualsevol produeix un moviment donat, doblada aquesta força produirà el doble de moviment, i triplicada el triple, és a dir, el canvi de la quantitat de moviment, és proporcional a la força motriu.

En un primer moment, Newton va parlar d'una força instantània (amb un concepte de força semblant al de Descartes), ja que en l'enunciat no es fa cap referència al temps. L'enunciat derivat era el següent:

$$F = m \cdot \Delta v$$

Aleshores Newton va haver de definir l'acció d'una força constant, ja que per exemple el moviment dels planetes exigeix una força constant. Dit això, va considerar que el cos on apliquem la força, patiria un canvi continu de la quantitat de moviment, cosa que exigia tenir en compte el temps ([DOCUMENT 6](#)):

$$F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v \Rightarrow F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow F = m \cdot a$$

- Tercera llei o principi d'acció-reacció: "A tota acció succeeixen sempre una reacció igual i contrària. És a dir, les accions mútues entre dos cossos són iguals i dirigides en direccions oposades".

Tal com va exemplificar Newton, si fem força amb el dit sobre una pedra, la pedra també farà una força sobre el dit, anomenada força de reacció. En general, tot cos exposat a l'acció d'un altre exerceix sobre aquest una força oposada d'igual magnitud.

**DOCUMENT 6:**  
*El pas de la força instantània a una força constant*

*Per passar de la fórmula de la força instantània a la fórmula que inclou el temps, Newton va utilitzar els límits:*

*Va fer un seguit d'impactes es succeïxin els uns als altres, cada cop amb un interval de temps més petit, i en el límit, tendiesen a zero.*

*Aquesta manera de*

## 6.2 d) Principia: Llibre III, mecànica celest



Històricament, sempre s'acostuma a parlar que Newton va pensar en la gravitació de la Terra a causa de la caiguda d'una poma sobre el seu cap mentre dormia. Però no va ser exactament així; ignorant els coneixements científics i matemàtics que posseïa Newton (imillorables per a la consecució de la Llei de Gravitació Universal, sobretot després del descobriment del càlcul infinitesimal), va pensar si la poma es veuria atreta amb la mateixa força a la Lluna. Aquest fet puntual, el podem identificar amb la llum guspira de la Gravitació Universal.

Com ja s'ha comentat anteriorment, el *Principia* és un llibre dividit en tres branques diferenciades de la física: mecànica racional, fluids i mecànica celest. Però pel que fa a l'aportació astronòmica de Newton, la trobem a la mecànica celest, pertanyent al Llibre III.

Newton comença el llibre acceptant que els planetes giren al voltant del Sol governats per les lleis de Kepler, (que ja havia demostrat anteriorment) així com també ho fan els satèl·lits de Júpiter, Saturn i de la Terra.

És possible concloure que sobre els satèl·lits s'imprimeix una força dirigida al planeta sobre el qual giren, i per la seva part, els mateixos planetes reben l'acció de la força dirigida al Sol. En tots els casos, aquesta força és inversament proporcional al quadrat de la distància que separa els centres de masses. (Proposicions I, II i III).

A continuació, afirma que en el cas de la Lluna, la força centrípeta és la que l'allunya del moviment inercial, i el causant és la gravetat. Podem dir que la Lluna gravita en torn a la Terra i és contínuament desviada del moviment rectilini i retinguda en la seva òrbita per la força de gravetat.

És el primer cop que identifica la força centrípeta amb la força de gravetat, associant una força que actua sobre un cos celest, amb la que s'exerceix sobre els cossos en la superfície de la Terra. En aquest moment Newton havia contemplat la possibilitat de parlar d'acceleració de la gravetat a la Lluna, proposició que hauria estat un fenomen terrestre al cos celest més proper a la Terra. Però uns errors de càlcul deguts al valor incorrecte que en aquell temps disposava del radi de la terra i el desconeixement de què la distància l'havia de mesurar als centres de les esferes, li va impedir acceptar la hipòtesis de la gravetat a la Lluna. Acaba afirmant que la Lluna es manté en la òrbita terrestre degut a la força de gravetat de la Terra (Proposició IV).

Després d'aquesta conclusió, Newton va extrapolar el resultat a la resta de satèl·lits i planetes del sistema solar: els satèl·lits de Júpiter i Saturn graviten cap els seus respectius planetes i aquests al seu cop ho fan cap el Sol, de manera que els uns i els altres són desviats del moviment rectilini uniforme i mantinguts en òrbites curvilínies gràcies a la força de gravetat.

A través de les bases d'acció i reacció establertes per Newton, la força centrípeta es força d'atracció en el sentit de forces iguals i oposades per les que dos cossos tendeixen mútuament l'un a l'altre. Això suposa que no només la Lluna gravita cap a la Terra, sinó que la Terra gravita cap a la Lluna al mateix cop, i el mateix succeeix amb Saturn i Júpiter. Al mateix temps, podem tornar a extrapolar el resultat, de manera que els planetes graviten cap el Sol, i el propi Sol ho fa cap els planetes. Resulta que aquest astre, *l'anima motrix* de Kepler, no posseeix la dignitat superior que li van atribuir, i a partir d'aquest moment, el Sol va passar a ser un cos més, que no pot moure sense ser mogut (proposició V).

En les proposicions VI i VII, aquesta facultat de gravitar, les atribueix a la quantitat de matèria que cada cos posseeix. Aquesta quantitat de massa és coneguda com a massa gravitatòria. Cal destacar el caràcter dual i recíproc que Newton atribueix a la força de gravetat ja que no pot establir-se en relació a un sol cos.

En la proposició VII, va enunciar la llei de la Gravitació Universal. Aquesta llei va tenir unes repercussions immediates, ja que podia predir amb exactitud la caiguda de greus sobre la superfície terrestre i els moviments planetaris:

#### "Proposició VII. Teorema VII

*La gravetat succeeix en tots els cossos i és proporcional a la quantitat de matèria existent en cadascun.*

Hem provat que ja que tots els planetes graviten entre si, i també la gravetat cap a cadascun d'ells és inversament proporcional al quadrat de la distància des de cada lloc al centre del planeta. De la qual se'n succeeix que la gravetat cap a ells és proporcional a la matèria existent en ells. [...]

COLORARI 1: La gravetat cap a tot planeta sorgeix i es compon de la gravetat cap a qualssevol part; tenim exemples en les atraccions magnètiques i elèctriques. L'atracció sencera cap el tot sorgeix de les atraccions cap a cada part. Per a la gravetat això s'entendrà imaginant que molts planetes menors es reuneixin en un globus i constitueixin un de més gran. [...]

COLORARI 2: La gravitació cap a cada partícula igual de un cos és inversament proporcional al quadrat de la distància dels llocs a les partícules."

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2} (N)$$

Aquesta fórmula és coneguda com la Llei de Gravitació Universal, on la  $G$  és una constant de gravitació que Newton no va aconseguir mesurar amb exactitud però que si va fer Henry Cavendish, quasi un segle després de la publicació del Principia.

*En la part final del Llibre III, Newton es decanta perquè les trajectòries còniques molt excèntriques tenen el seu focus en el centre del Sol. A més, els radis traçats des de els cometes al Sol, descriuen àrees proporcionals als temps, és a dir, compleixen la segona llei de Kepler. Això vol dir, que també els cometes estan sotmesos a l'acció de la força de gravitació. El tema és de una enorme importància, ja que permet estendre l'àrea d'influència de la força del Sol, fins i tot fora del sistema solar.*

## 6.2 e) Raonament Newtonià amb les lleis de Kepler

*En els Principia, apareix amb tota claredat, "l'estil newtonià" utilitzat per exemple en l'estudi de les lleis de Kepler. En aquesta manera de raonar, Newton parteix d'una construcció matemàtica pura, un sistema imaginari que no existeix en el món real.*

*En aquest sistema imaginari, una massa puntual gira al voltant d'un centre de força. Newton demostra matemàticament, que si en aquest sistema una força es dirigeix constantment de la massa al centre força immòbil, la llei de les àrees es compleix. Evidentment, si la llei de les àrees es vàlida, aquesta força centrípeta existeix necessàriament.*

*A continuació, prova que l'existència de la força centrípeta és condició necessària i suficient de la llei de les àrees. Tot seguit, va demostrar que si la òrbita és el·líptica, la força és inversament proporcional al quadrat de les distàncies. Per últim es demostra que si en aquestes condicions de força, existeixen diversos punts de massa en òrbita que no interactuen*

$$\left( \frac{T^2}{r^3} = K \right)$$

*entre sí, es compleix la tercera llei de Kepler . Fins aquest moment la demostració era purament matemàtica.*

*En la segona fase del raonament, Newton compara la seva construcció mental amb el món real i descobreix immediatament que en el sistema solar, per exemple, els cossos en òrbita no giren al voltant de centres de força "matemàtics", sinó al voltant d'altres cossos reals. La Lluna gira al voltant de la Terra; la Terra i els demés planetes giren al voltant del Sol.*

*Tot seguit Newton, introdueix una segona massa puntual a fi de posar la seva construcció mental en harmonia amb el món real. La primera ocupa el centre i atrau la orbitant, allunyant-la constantment de la seva trajectòria inercial (que sinó seria rectilínia). Però del tercer principi d'acció i reacció, se'n deriva que si el cos central, atrau al cos que orbita, aquest també exerceix una atracció sobre el central. Newton demostra que la trajectòria d'un cos orbitant no és una el·lipse simple (en torn al cos central que ocupa un dels focus); més bé, el que succeeix és que els dos recorren el·lipses al voltant del seu centre de gravetat comú.*

Però aquest sistema de dos cossos que ha dissenyat Newton, no concorda amb la realitat; no només tenim un cos orbitant. Aleshores procedeix a incloure un altre. A partir d'aquest moment, dues o més masses puntuals giren al voltant de la massa central. L'aplicació de la tercera llei de Kepler demostra que la massa central atrau les altres i al mateix cop la massa central és atreta per les masses puntuals. En conseqüència, tota massa orbitant, patirà l'acció dels altres cossos i actuarà sobre aquests. També va detectar que el sistema està format per cossos que es pertorben entre sí, i aquestes pertorbacions produiran unes lleus alteracions en les lleis de Kepler.

Newton va anar introduint tots els planetes i les respectives llunes dels diferents planetes per trobar la mesura quantitativa de les desviacions de les lleis de Kepler. Fins aquest moment Newton va treballar utilitzant masses puntuals en lloc de cossos físics, tot i que més tard trasllada els punts de massa a cossos físics de figura i dimensions significatives.