

## TEMA 4

### **4. Kepler, defensor del sistema copernicà**

#### **4.1 Biografia**

#### **4.2 L'astronomia kepleriana**

##### **4.2. a) El secret de l'Univers**

##### **4.2. b) L'estudi del planeta vermell**

##### **4.2. c) Astronomia nova: Primera i segona llei de Kepler**

##### **4.2. d) La harmonia del món**

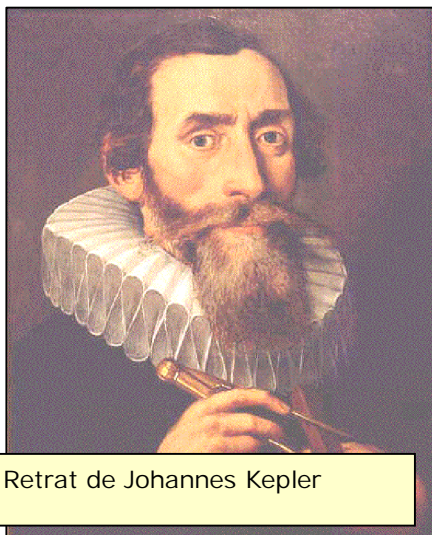
##### **4.2. e) Tercera llei del moviment planetari**

#### **4.3 Sòlids platònics: Els políedres regulars**

---

## **4) KEPLER, DEFENSOR DEL SISTEMA COPERNICÀ**

### **4.1) Biografia**



Retrat de Johannes Kepler

Johannes Kepler va néixer el 28 de desembre de 1571 a la localitat Alemanya de Wei-der-Stadt, una petita ciutat pertanyent al ducat de Wüttemberg, en el si d'una família d'escassos recursos econòmics. Van ser sis germans, dels quals només tres van arribar a adults i un quart patia epilèpsia. Descriu a la seva mare, com petita i prima, sempre de mal humor i incapaç de suportar la poca humanitat del seu pare; d'aquest arriba a dir que té certes inclinacions criminals.

Va néixer havent passat set mesos de gestació. Això li van provocar unes seqüeles de les quals mai es va recuperar. Més tard el seu pare va marxar cap als Països Baixos per lluitar amb les tropes. La seva mare va seguir el camí del seu espòs i va deixar Kepler amb els seus avis. Durant aquest període va patir verola, el que li va ocasionar una gran miopia i visió doble en un ull.

A l'Alemanya de l'època trobem dos tipus d'escoles; les que ensenyaven en alemany (assequibles a tothom) i les que ho feien en llatí (no se les podia permetre qualssevol butxaca). Primerament va ingressar en una escola que s'impartia en alemany, però aviat el van traslladar a una escola llatina, on va fer l'etapa de 3 cursos en cinc anys. Els informes dels mestres i la disposició dels pares enfront Kepler, va fer que Johannes estudiés la carrera eclesiàstica. Aquest estudi tenien l'avantatge que li donaven una independència econòmica important per als pares.

A l'octubre de 1584, amb l'edat de quasi tretze anys va ingressar en un seminari. Poc més tard, en 1586 el van traslladar al monestir de Maulbronn. Allà la vida era molt diferent: s'aixecava a les 5 del matí, a partir d'aquest moment feia la lectura

de la Bíblia, assistia a oficis religiosos i estudiava. Els estudis es basaven en retòrica, dialèctica, geometria, aritmètica, música i astronomia.

Des que Johannes era jove, ja havia mostrat interès per les diferències entre les esglésies cristianes. El seu esperit es començà a formar intentant afavorir la uniformitat i l'enteniment i no les diferències i disputes. Però en alguns aspectes no mostrarà tot el seu recolzament a l'església luterana i va mantenir opinions sospitoses sobre el calvinisme.

Després de passar quatre anys al seminari, el 1588 va aprovar l'examen que li permetia entrar a la Universitat de Tubinga (una de les més prestigioses del món protestant). Aquest mateix any desapareix el seu pare de la seva vida, ja que se'n va a lluitar a una campanya nàutica a Nàpols, de la qual mai tornaria. Per altra banda, la seva mare per tal de sobreviure va haver de recol·lectar herbes, fins que finalment va ser acusada de pràctiques prohibides.

Kepler va fer molt bona amistat amb alguns dels professors de Tubinga, sobretot amb Michael Maestlin, professor d'astronomia. Va ser aquest qui (de forma privada) li va posar en contacte amb l'astronomia copernicana. Maestlin posseïa un exemplar del *de Revolutionibus*. Tot i els coneixements de Maestlin, aquest no explicava el heliocentrisme públicament als seus alumnes. En canvi, a Kepler li va explicar les diferències entre els grans sistemes i perquè, en la seva opinió, era superior l'Univers copernicà. Maestlin va estar al costat de Johannes fins la seva mort, en temes matemàtics, espirituals o vitals; fins i tot li va ajudar en la edició de la seva primera obra.

Però el seu destí es va torçar quan Kepler es trobava en l'últim any dels seus estudis teològics, quan va ser cridat per ocupar una plaça vacant d'un professor en un seminari protestant a Graz. Aquesta plaça era per un professor de astronomia i matemàtiques, i els va semblar que Kepler tenia suficient preparació. A més, aquest càrrec anava lligat al de Matemàtic Imperial, i per tant havia de fer pronòstics astronòmics anuals. Va acceptar la proposta amb la condició de poder reprendre la carrera eclesiàstica.

L'any 1596 Kepler publica el seu primer llibre. En aquest va tenir una col·laboració important Maestlin, que va ser qui va dur a càrrec la edició. El títol era *Mysterium cosmographicum*, (el secret de l'Univers). Va haver de suprimir algun paràgraf tal i com ho van considerar les autoritats i el consell de Maestlin; havia d'adequar el seu llibre amb pensaments de l'època.

Sobre l'any 1597 es van enviar exemplars de l'obra de Kepler a diversos membres de la comunitat científica per a què valorin l'obra i li remetin els seus comentaris. Entre d'altres, va ser enviada a: Remarius Ursus, Thyco Brahe i Galileu Galilei. Galileu li va contestar ràpidament dient que només havia llegit el prefaci però que pararia atenció en llegir-s'ho. Kepler li va contestar però no va saber res més fins molt més tard, potser perquè no s'apropava a la manera de pensar de Galileu. En canvi l'enviament a Ursus i a Brahe va tenir molta més repercussió.

La correspondència que va mantenir amb Brahe va ser poc intensa, però com a Graz cada cop havien menys alumnes, va decidir acceptar una invitació de Thyco que s'havia establert a Praga. Kepler es va establir amb l'astrònom danès amb la intenció de que en poques setmanes podria copiar les dades sobre excentricitats i

distàncies que necessitava, però es va trobar amb un problema; Thyco mostrava el seu material molt poques vegades. Brahe va encomanar la difícil tasca a Kepler de resoldre el moviment de Mart, del qual es podien posar d'acord en les latituds però no en longituds. A partir d'aquest moment Kepler va treballar per Brahe perquè es va adonar del tresor que significaven les observacions que aquest realitzava. A més, Kepler no estava interessat en el sistema thycònic, que estimava només de compromís; era un copernicà radical que volia obtenir les dades que li permetessin desvetllar una harmonia Universal.

Poc a poc, Brahe es va obrir a Kepler i li va anar mostrant les seves observacions. El 1601, la mort sorprèn a Brahe, i Kepler va ser nomenat el nou matemàtic Imperial. Producte de la seva vida a Praga, és una de les seves obres que va acabar en 1606 i va publicar el 1609, *Astronomia Nova*.

Per altre banda Kepler va dedicar una part important del seu temps a la astrologia: tot el món a Praga li demanaven horòscops i pronòstics. En aquest camp escriu el 1601 *De Fundamentis astrologiae certioribus*.

Però el 1611 la seva vida dona un gir: Kepler es veu obligat a marxar a Linz a causa de que esclata una guerra civil a Praga i mor Rodolf II i també, en aquest mateix any moren la seva dona i el seu fill. A Linz va ocupar el càrrec de matemàtic provincial (semblant al càrrec que ocupava a Graz). Allà va escriure el 1619 *La Harmonia del Món* en cinc llibres, on parla de la seva tercera llei.

El 1613 va tornar a contraure matrimoni però la seva esposa va morir al poc temps. També va haver d'enfrontar-se amb els problemes de la seva mare al ser acusada de bruixa a Alemanya. Els mals no acaben aquí; una revolta campessina a Linz li obliga a exiliar-se a Ulm, on publica les *Taules Rodolfines* (en honor al rei Rodolf II) que substituiran les Prusianes.

Finalment, Kepler va morir el 15 de novembre de 1630, víctima d'un enfriament adquirit mentre anava a pagar uns deutes.

## **4.2 L'astronomia kepleriana**

L'aportació de Kepler a l'astronomia va ser molt important; si Copèrnic va causar una revolució, no va ser menys l'impacte de l'astronomia kepleriana. La seva astronomia la va basar en el model copernicà i en les observacions de Thyco Brahe.

Els astrònoms des de l'antiguitat s'havien preocupat d'intentar construir un model d'Univers semblant a una geometria celest, sobre la qual hi havien cercles sobre cercles. Però Kepler va intentar trobar causes físiques als moviments planetaris. Per a ell, un planeta o satèl·lit, és un objecte físic sense vida; no en té forces internes. Per tant, aquest cos no pot posar-se en moviment per els seus propis mitjans sinó que requereix una força motriu.

#### 4.2. a) *El secret de l'Univers i el model polièdric*

El seu primer llibre (del qual va enviar còpies als astrònoms més importants de l'època) *El secret de l'Univers*, va ser on Kepler va aprovar notablement el sistema de Copèrnic públicament, tot i que va criticar durament el complex sistema matemàtic que va elaborar.

El propi Kepler reconeix que és un llibre curt, que va deixar idèntic en la segona edició de 25 anys més tard, exceptuant les notes i comentaris que va afegir. L'obra es compon de 23 curts capítols.

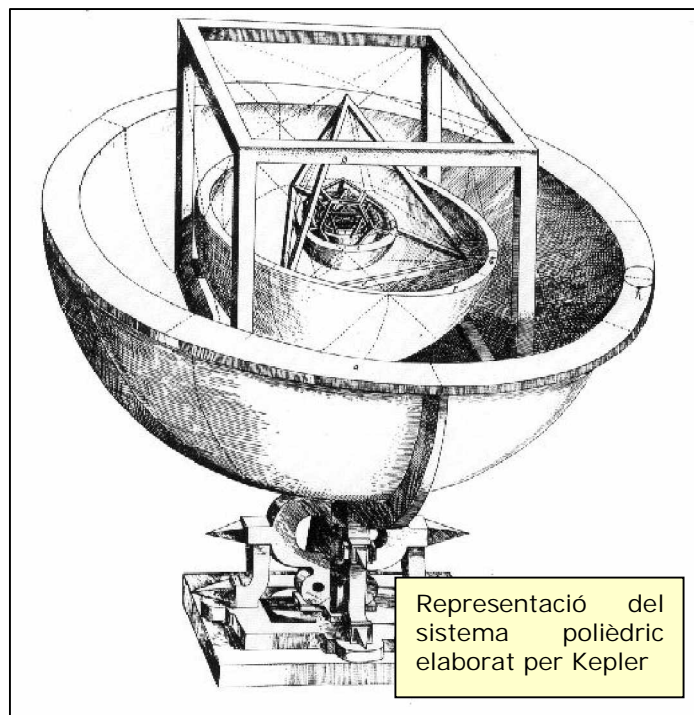
Primer de tot comença donant "raons per les quals les hipòtesis de Copèrnic són apropiades i exposició de les hipòtesis". En aquest primer capítol conté una presentació de les avantatges del sistema copernicà des de punts de vista astronòmics, físics i metafísics. A més, comenta que l'observació d'un cometa en 1577, va ser determinant per decantar-se per el sistema heliocèntric de Copèrnic.

Un cop ha defensat el sistema copernicà, dedica els següents capítols del llibre a l'anàlisi de la seva hipòtesi de políedres i la justificació de les associacions; ell mateix assenyalava que aquest escrit conté la proporció, número i magnitud de les esferes planetàries i els seus moviments geomètrics: els cinc sòlids regulars. Kepler es va formular les següents qüestions:

- Perquè són sis planetes?
- Perquè les distàncies mitjanes al Sol són les que són?
- Perquè la proporció o disposició dels planetes és la que coneixem i no una altre?

Com a resposta a aquestes preguntes, argumenta que "cap fet ordenat ocorre per casualitat" i que "Déu sempre geometritza". A partir d'aquest moment va intentar buscar la raó dels moviments planetaris a la geometria.

Kepler es va fixar en els políedres regulars; des de Euclides, era conegut que només poden existir cinc políedres regulars d'aquesta classe: el cub, el tetràedre, l'octàedre, l'icosàedre i el dodecàedre. Si entre sis cossos hi ha cinc espais, els espais interplanetaris hauran estat establerts en funció de cadascun dels sòlids regulars. Això implica que el nombre de planetes ha de ser necessàriament sis, i que les seves distàncies relatives com el tamany de les orbes estaria en funció de les característiques dels políedres interposats.



Pel que fa l'ordre dels políedres a les esferes planetàries, Kepler va estipular el següent: El Sol es troba immòbil al centre de l'Univers, i a continuació es situa l'òrbita de Mercuri inscrita en un octàedre, la de Venus es troba inscrita a un icosaèdre, la de la Terra s'inscriu a un dodecaèdre, la de Mart a un tetraèdre, la de Júpiter a un cub i la de Saturn circumscriu a un cub.

Aquesta hipòtesi de Kepler, en la que tot es troba en una harmonia Universal, és una idea que li va obsessionar durant tota la vida. Un cop acabava d'enllestir la teoria, li va arribar la preocupació perquè a cop d'ull semblava que no coincidia el sistema amb les dades empíriques. Però finalment va poder comprovar que amb aquest model podia calcular les distàncies mitjanes de Mart o Venus d'una manera quasi total i en altres de manera aproximada com és el cas de Júpiter i Saturn.

Però aquesta inexactitud va portar a Kepler a revisar totes les dades acceptats per Copèrnic de Reinhold (autor de les taules Prusianes utilitzades per Copèrnic i que van substituir a les Alfonsines del s. XIII) en el camp de les distàncies planetàries. Copèrnic havia mesurat totes les òrbites dels cossos celestes tenint en compte un Sol mitjà, que no era el Sol que observem nosaltres, sinó un punt geomètric que coincideix amb el centre de la òrbita. En aquest moment Kepler se'n va adonar que en un sistema purament heliocèntric, en el qual els moviments planetaris estan regits per el Sol, no té sentit que el centre de referència fos un punt en l'espai imaginari. Aquest fet suposava admetre l'excentricitat, tant de la Terra, com de qualsevol altre planeta.

El pas imminent va ser calcular les sis òrbites excèntriques dels sis planetes en relació amb el Sol real i no amb el Sol mitjà. Per dur a terme aquesta tasca va demanar ajut al seu mestre Maestlin. Aquest ho va fer gratament, tot i que aquesta tasca necessitava un domini extraordinari de les *Taules Prusianes*. Però les dades calculades a partir del model de políedres regulars comparades amb les obtingudes per Maestlin, tenien més diferència que comparant les dades de Maestlin amb les que va donar Copèrnic (considerant el Sol mitjà com a centre de les òrbites planetàries).

Cal recordar que en aquest sistema Kepler estava calculant el gruix de les òrbites planetàries, tenint en compte que, col·locades entre les figures geomètriques, han de permetre l'espai suficient per als allunyaments i els apropaments. És a dir, aquest model ha de contemplar l'existència experimental de les excentricitats o (el què és el mateix) tenir en compte que la descripció que utilitza Kepler és la de un sistema epicicle-deferent.

Tot i que el model polièdric fonamentat en una harmonia Universal no era gaire viable Kepler en va extraure algunes conclusions:

- La primera de totes va ser de la manera en què ha de construir la ciència. Concretament es refereix a quin marge d'error cal acceptar i quin grau de precisió es exigible. En temps de Copèrnic, el màxim marge d'error que

s'admetia a l'astronomia era de deu minuts. Thyco Brahe va aconseguir disminuir aquest marge a un minut.

- La segona lliçó que aprèn, va ser la importància d'obtenir observacions fiables per tal de construir l'astronomia moderna.
- Per últim, Kepler parla de la necessitat de referir tots els moviments celestes al Sol real que no és al centre de l'òrbita, oblidant-se així de l'espècia de Sol mitjà o punt buit creat per Copèrnic.

En els tres últims capítols del tractat, Kepler fa una ressenya als moviments dels planetes. En aquest moment es va preguntar per quin és el motor que mou els planetes; un cop va aconseguir que les distàncies entre les orbes de Copèrnic siguin proporcionals als cinc sòlids, intentava confirmar una proporcionalitat entre les distàncies i les velocitats dels planetes o entre les distàncies i el temps de revolució (anys més tard aquest fet es converteix en la tercera llei).

Per reforçar coherentment la seva postura, va substituir els termes apogeo i perigeo per afeli<sup>1</sup> i periheli<sup>2</sup> respectivament, descartant que la diferència dels temps en què cada planeta compleix la seva òrbita, és exclusivament per les distintes distàncies a recórrer.

Kepler es va adonar que si la velocitat dels planetes fos la mateixa, els temps de revolució haurien de ser proporcionals a les distàncies. Però el fet de què les distàncies i el temps de revolució no siguin proporcionals indica que els planetes es mouen a diferent velocitat, i a major allunyament del Sol, menor velocitat.

El seu raonament el va portar a considerar el Sol com una ànima motriu o "motrix" que, resideix en aquest i emanada des del Sol, es debilita a mesura que s'allunya de la seva font. Finalment va dir que la distància al Sol juga un doble paper: disminució de la força i l'augment de la longitud a recórrer per el planeta a la seva òrbita.

En aquest llibre, Kepler no va donar amb la relació correcta entre temps i distàncies. Tot i que va fer una introducció, va trigar 20 anys en arribar a la relació exacta i va presentar el seu estudi al llibre de *La harmonia del món*, que ell mateix el va considerar com una continuació i culminació de *El secret de l'Univers*. Acaba el llibre amb un recordatori: "el fi de tot això és el coneixement, l'admiració i veneració de l'Artífex del Saber".

#### 4.2 b) L'estudi del planeta vermell: l'Astronomia Nova



Fotografia de Mart

Thyco Brahe estava amb el seu equip dedicat de ple en la construcció d'unes noves taules astronòmiques que substituïssin les Prusianes i va encomanar a Kepler l'estudi del planeta de Mart. Aquest era el més difícil de conèixer ja que té la òrbita més excèntrica (quant menys s'assembla un moviment a un cercle, més difícil és de calcular amb un sistema de cercles i esferes concèntriques). En principi, Brahe li encomana que

<sup>15</sup> En una òrbita planetària, es tracta del punt més allunyat del Sol.

<sup>16</sup> En una òrbita planetària, es tracta del punt més proper al Sol.

enfoqui el problema des del model thycònic, aspecte que no li agrada gens ni mica a Kepler. Però mesos més tard, al morir Thyco, va poder dedicar-se a l'estudi de Mart des d'un punt de vista copernicà.

Després de mirar-se detingudament el problema, va decidir enfocar l'estudi per una correcta determinació del pla de la òrbita, tenint en compte que passa pel Sol real i no pel Sol mig (punt buit que era el centre de la òrbita copernicana terrestre). Tot aquest estudi va ser culminat en un llibre publicat el 1609, amb el títol complet de: *Nova Astronomia fundada en causes, o Física celest, exposada en comentaris sobre els moviments de l'estrella de Mart.*

Primer va intentar calcular l'òrbita utilitzant un mètode emprat per Thyco Brahe, que consistia en fer ús d'unes observacions difícils d'obtenir però que Thyco posseïa: en les que el planeta coincideix amb l'horitzó coincidint amb el vespre. En aquest punt, es considerava que la Terra, el Sol i Mart es troben en oposició, és a dir, alineats amb la Terra al mig i que Mart es veu des de la Terra amb el mateix angle que es veuria des de el Sol.

A partir d'aquestes dades i coneixent el període de Mart, amb llargs càlculs podia determinar el cercle sobre el qual s'acomodaven aquestes observacions, establint la seva excentricitat. Però al no arribar a solucions satisfactòries, va recuperar l'equant ptolemàic, que ja havia utilitzat en *El secret de l'Univers*. D'aquesta manera, en contra del pensament de Copèrnic, creia que realitzar l'anàlisi dels planetes exigia utilitzar equants, tot i que trenqués el principi del moviment circular uniforme. Kepler va tornar a iniciar els càlculs (que va haver de repetir més de 70 cops), i arriba a la conclusió que ha de situar el punt equant a la mateixa distància del centre que el valor de la excentricitat. Però aquest sistema (que només emprava moviments circulars combinats i velocitat uniforme) li va conduir a certs errors.

Thyco ja havia mort, i les seves observacions pertanyien a Kepler. Aleshores va intentar tractar les latituds i longituds per el mateix mètode, però va trobar errors de fins a 8' d'arc; si amb Copèrnic la precisió acceptada era de 10' d'arc, Thyco havia rebaixat el límit a menys de 2' d'arc.

Kepler també havia heretat els càlculs de Thyco, però el problema era que giraven en torn a un sistema geocèntric, en el qual el Sol gira al voltant de la Terra. Aleshores, per tal de resoldre el problema de l'òrbita de Mart va intentar seguir una estratègia nova, decidint-se a calcular l'òrbita de la Terra ([DOCUMENT 4](#)) i a partir d'aquesta, la de

#### DOCUMENT 4: DETERMINACIÓ DE LA ÒRBITA DE LA TERRA

Kepler va utilitzar un mètode enginyat per ell mateix. Si Mart té un període de 687 dies, la seva posició respecte el Sol serà la mateixa cada cop que s'observi en un interval de temps com aquest, i la línia Sol-Mart tindrà la mateixa inclinació i posició.

Les taules realitzades per Thyco permetien saber la posició del Sol sobre la eclíptica cada dia i les posicions angulars de la Terra.

L'observació directa (amb Mart sempre en el mateix punt) ens donava un triangle amb vèrtex en el Sol-Mart-Terra, sent el costat Sol-Mart constant. D'aquesta manera podia determinar el costat entre el Sol i la Terra, i anar construint la òrbita de la Terra i la seva excentricitat.

Un procés similar a aquest mètode (però invers) va portar a Kepler a conèixer la òrbita de Mart.

Mart. La raó que li va portar a estudiar la òrbita terrestre va ser la següent: si la Terra es troba en moviment, al intentar fixar la posició del planeta (en aquest cas de Mart) sobre la capa l'esfera d'estrelles fixes, s'ha de tenir en compte el moviment perquè el què veiem és el resultat del desplaçament de l'observador i l'observat.

Kepler, en definir la òrbita de la Terra, es va adonar que mostrava excentricitat. Aleshores, li va atribuir un punt equant. A partir d'aquest moment, la idea de considerar l'aparent variació de velocitat en observacions i desfer-se del moviment uniforme va cobrar força. A més, era un temps en què es començaven a escoltar les primeres teories de Gilbert, qui considera que el motor dels planetes o ànima motrix (característica que Kepler atribueix al sol), pot ser considerat com una força de tipus magnètica emanada per el Sol i culpable del moviment planetari. Aquesta força solar decreixia de manera inversament proporcional a la distància: en l'afeli hauria de donar-se la velocitat mínima i en el periheli la velocitat màxima.

Copèrnic, temps enrere, havia definit la uniformitat del moviment terrestre, de manera que la línia que uneix el centre de la òrbita amb la Terra descriu angles iguals en temps iguals. Kepler sospitava que cap cos es podia moure a igual velocitat en el periheli que en l'afeli, és a dir, que la uniformitat del moviment hauria de establir-se per referència a un tercer punt E: l'equant.

Però per determinar si en el centre de l'excèntrica és possible posar un equant, va calcular si la distància entre aquest punt i tres posicions diferents de la Terra era la mateixa. Totes tres distàncies eren diferents, per tant el punt E, no és un punt d'uniformitat del moviment. Poc després va demostrar que el centre de la òrbita terrestre es troba en el punt mig de la distància que separa el centre del Sol del imaginari punt E.

#### 4.2 c) La primera i segona llei de Kepler

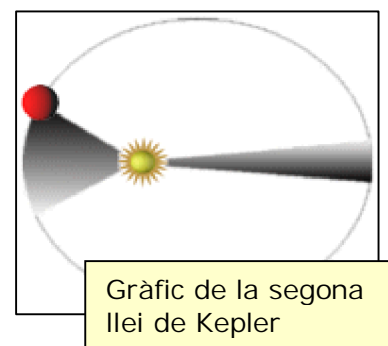
De l'estudi realitzat sobre el planeta de Mart, Kepler va considerar vàlids diferents arguments:

- Els planetes es desplacen seguint òrbites excèntriques al voltant del Sol.
- La velocitat amb la que recorre aquestes òrbites és variable.
- Aquesta velocitat depèn de la força magnètica que desprèn el Sol, de la distància entre el planeta i el Sol i de la inèrcia del planeta.

L'estudi del moviment de la Terra havia conclòs amb la confirmació de la seva desigual velocitat al llarg del recorregut de la seva òrbita. Però Kepler només havia comprovat aquesta hipòtesi en el periheli i en l'afeli. Encara li quedava per investigar si en tots els punts de la òrbita la velocitat és proporcional a la distància.

En la mesura en què la velocitat disminueix amb la distància al Sol, el temps emprat en recórrer un segment d'arc de la òrbita augmentarà, el què vol dir que el temps és inversament proporcional a la distància.

Kepler va plantejar que en el recorregut d'un arc tan petit de la òrbita que pugui ser negligible, la variació de



velocitat que té lloc, és el temps que la Terra utilitzarà en recórrer. Aquest temps serà proporcional a la longitud de la línia magnètica (imaginària) que uneix la Terra amb el Sol.

A Kepler li va costar resoldre el problema, perquè no disposava del càlcul infinitesimal que van inventar posteriorment Newton i Leibniz de manera independent. Ell mateix va considerar el seu mètode com imperfecte però suficient. Aquest mètode consistia en fer equivalent la suma de longituds amb les àrees. El que es busca aleshores és la relació existent entre la superfície que conté dintre del perímetre format per les línies o radis orientats del Sol al planeta en dos punts diferents de la seva òrbita i el temps que triga en recórrer el segment d'arc corresponent. Les superfícies són la mesura dels temps, on resumeix que *les superfícies són proporcionals als temps*.

Aquest enunciat és conegut com la segona llei del moviment planetari de Kepler (tot i que va ser anunciada abans que la primera) quan la va generalitzar per a tots els planetes. Concretament la podem enunciar: "La línia que uneix el Sol amb un planeta ocupa àrees iguals en temps iguals".

Es tractava d'un descobriment revolucionari, perquè es trenca amb dos principis platònics que es van respectar durant quasi dos mil·lennis:

- Ara s'afirma que el radi vector d'un planeta no uneix angles iguals sinó àrees iguals.
- S'abandona el principi d'uniformitat del moviment essent substituït per la variació de velocitat angular.

Això fa perdre també tot sentit a intentar seguir fent una relació amb el punt equant. En definitiva, els equants desapareixen de l'astronomia amb la formulació de la segona llei de les àrees, de la mateixa manera que la primera posarà fi amb les òrbites circulars excèntriques.

Però no ens oblidem que Kepler estava amb l'estudi de Mart. Després de les investigacions sobre l'òrbita planetària de la Terra ja estava en condicions de retornar al problema que li va encomanar Brahe en arribar a l'observatori. L'estudi es va iniciar amb l'anàlisi de l'òrbita de Mart utilitzant eines tradicionals (epicicles excèntriques i equants). L'error detectat de vuit minuts d'arc entre les posicions li va obligar a abandonar durant un temps l'estudi de Mart per ocupar-se del moviment de la Terra. La comprovació de què la velocitat no és constant va ser interpretada com una confirmació de la hipòtesi dinàmica, perquè tots els planetes han de sofrir una variació de velocitat en funció de la distància al Sol. Finalment va aconseguir elaborar la llei de les àrees.

Però ara es planteja una qüestió totalment diferent: la llei de les àrees només s'acompleix per òrbites el·líptiques i no circulars. Kepler no ho va advertir al principi perquè s'ocupava a una òrbita molt pròxima a la un cercle com és el cas de la Terra. Tot i això, quan va analitzar la òrbita de Mart armat amb noves eines, es va adonar que l'estudi del nostre planeta li havia proporcionat un altre cop de vuit minuts d'arc de posició respecte Mart.

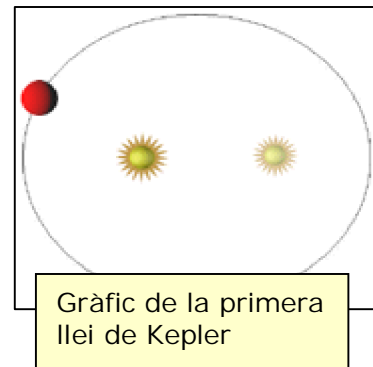
Ara Kepler ha de triar un camí; o bé manté una òrbita circular i revisa la llei de les àrees, o bé manté aquesta llei i admet que la forma de la òrbita no és un cercle. Al

principi es va inclinar per el primer, però després de diversos fracassos, va acceptar en eliminar els moviments circulars.

Kepler no disposava de les dades teòriques necessàries per demostrar la forma de l'òrbita de la Terra, i va aplicar un mètode de prova i error. L'observació mostrava que la òrbita de Mart semblava tenir l'amplitud d'un cercle en el periheli, mentre que en l'afeli es replegava descrivint una corba interior. La conclusió a la que arriba l'any 1604 és que es tracta d'una forma ovalada. Calia saber abordar matemàticament una figura ovoide. En concret calia determinar l'àrea de la òrbita, però no podia acudir als geomètres de la època per calcular l'àrea amb forma d'un ou.

Finalment decideix considerar l'òrbita de Mart com si fos una el·lipse. En aquest cas va poder utilitzar els estudis d'Apoloni Perga (Sobre els còniques) i d'Arquimedes (Sobre les còniques i esferoides). Només agafa la el·lipse perquè juntament amb el cercle és la figura que ha estat més estudiada. Per tant podem qualificar el nou descobriment com fortuït i purament teòric.

Ja estava en condicions de formular la primera llei: *l'òrbita dels planetes és el·líptica i el Sol ocupa un dels seus dos focus*. En un principi era un resultat exclusiu per a Mart, però posteriorment l'aplica a la resta de planetes i satèl·lits. A més, ja podia aplicar a Mart la llei de les àrees. Així que, en temps iguals, les àrees el·líptiques ocupades per la línia (imaginària) que uneix el planeta amb el Sol són iguals.



Kepler havia aconseguit resoldre el problema de l'òrbita de Mart, i amb això escriu una nova pàgina a la història de l'astronomia, formulant les dos primeres lleis dels moviments planetaris. A més, des del punt de vista geomètric i astronòmic suposa una simplicitat de la descripció dels moviments celestes, ja que ara sis òrbites el·líptiques podem substituir els complexos sistemes de Copèrnic i de Ptolomeu. Tot i això es tracta de no menysprear aquestes obres, ja que s'apropaven molt a les dades observacionals combinant desenes d'esferes homocèntriques i concèntriques, tenint en compte que les taules planetàries de l'època eren bastant rudimentàries i que es regien en dos principis platònics: que les òrbites planetàries eren circulars i la uniformitat del moviment.

Principalment, les lleis Kepler estan enfocades a un punt de vista cinemàtic. Però al seu enunciat no en parla de les causes o forces que provoquen aquests moviments. Però Kepler no creu en l'astronomia sense la física. Així que, en tot moment, la seva investigació ha anat dirigida a causes dinàmiques (que en la majoria de casos han fracassat) però sense les quals no hauria pogut formular les dues primeres lleis del moviment planetari.

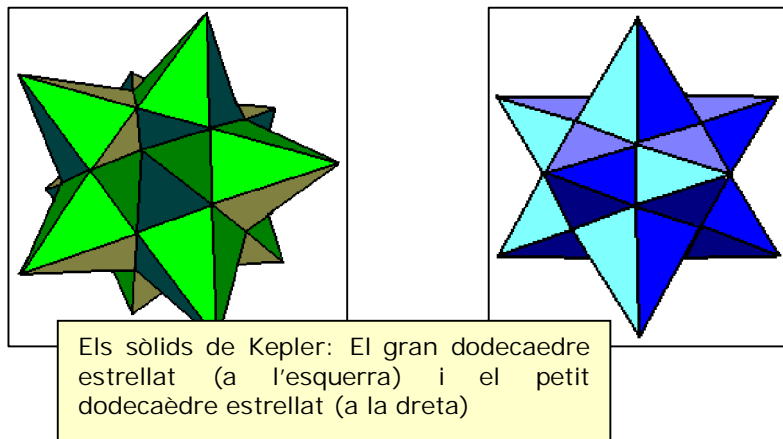
Finalment, el llibre de *Astronomia Nova*, el va enllestir el 1606, publicant-lo tres anys més tard entre la indiferència de molts dels seus contemporanis. Per exemple, Galileu o Descartes, que no van prestar la menor atenció a la el·lipticitat de les òrbites planetàries. A diferència de Newton (que molts cops s'associa amb Kepler),

el qual va continuar l'estudi traient partit a la nova direcció dinàmica començada per Kepler.

#### 4.2 c) La harmonia de món

*La harmonia del món* es troba organitzada en 5 llibres que contenen les meditacions de Kepler respecte a quatre dominis entre els quals estableix relacions harmòniques. Són la geometria, la música, l'astrologia i l'astronomia. En realitat són (per a Kepler) quatre manifestacions que comprenen l'Univers sencer.

- En els Llibres I i II examina la geometria dels polígons i políedres des de la perspectiva de la seva constructibilitat. És en aquest llibre on es representen per primer cop en la història dos dodecaèdres estrellats, coneguts com els sòlids de Kepler.



- En el Llibre III, dedicat a la música, un tema que ja havia començat en el capítol XII de *El Secret de l'Univers*, concretament relacionant-la amb aspectes planetaris i l'astrologia. Aquí associa les raons numèriques de les consonàncies musicals acceptades en l'època com a base de l'escala musical, a relacions proporcionals entre les dimensions dels polígons que poden ser construïts amb regla i compàs. La harmonia, en el sentit físic, auditiu i la presència de la bellesa entre nosaltres, està lligada a la racionalitat geomètrica.
- En el Llibre IV recupera les consideracions astrològiques que havia començat també en *El Secret de l'Univers*. Tornen els aspectes a ser associats a configuracions geomètriques i musicals, tenint major o menor importància les disposicions planetàries en funció de la seva aparició més o menys relacionada amb esquemes geomètrics que, al mateix cop, tinguin reflex musical.

L'ànima del qui neix quedarà impregnada de la configuració estel·lar i planetària en el moment del seu naixement i vibrarà i ressonarà en certes circumstàncies.

- En el Llibre V, apareix per primer cop la tercera llei del moviment planetari, dedicat a l'astronomia i a la recerca de raons astronòmiques en la seva ordenació. La seva visió dels políedres encaixats uns en uns altres amb esferes entre mig en les que es movien els planetes, seguia sent un model estimat per Kepler. A més, les dades de Thyco li havien permès mantenir-lo amb major certesa observacional, però ell mateix havia establert que les trajectòries planetàries eren el·líptiques i que les velocitats variaven.

Aleshores combina un mètode que relacioni harmònicament i geomètricament les excentricitats i alteracions de velocitats. Kepler abandona les distàncies i dimensions de les òrbites i estableix termes de comparació entre les velocitats angulars en l'afeli i en el periheli. Les velocitats angulars les va ordenar en una taula com la següent:

Moviment diurn	Relacions numèriques	
Saturn	Afeli: 1' 46''	$\frac{1'48''}{2'15''} = \frac{4}{5}$
	Periheli: 2' 15''	
Júpiter	Afeli: 4' 30''	$\frac{4'35''}{5'30''} = \frac{5}{6}$
	Periheli: 5' 30''	
Mart	Afeli: 26' 14''	$\frac{25'21''}{38'1''} = \frac{2}{3}$
	Periheli: 38' 1''	
Terra	Afeli: 57' 3''	$\frac{57'28''}{61'18''} = \frac{15}{16}$
	Periheli: 61' 18''	
Venus	Afeli: 94' 50''	$\frac{94'50''}{98'47''} = \frac{24}{25}$
	Periheli: 97' 37''	
Mercuri	Afeli: 164' 0''	$\frac{164'}{384'} = \frac{5}{12}$
	Periheli: 384' 0''	

Aquestes proporcions li indicaven que si les velocitats eren majors, les associava a un so més agut, i si eren menors a un de més greu. Cada planeta es movia, al llarg de la seva òrbita, entonant una melodia.

Ara ens trobem amb un punt de vista pitagòric, on el marc general el genera la música. Anteriorment, Kepler havia comentat que en un món en què les velocitats angulars i les posicions respecte el Sol canvien constantment el pla del Creador no podia ser exclusivament de caràcter geomètric.

El mètode escollit per expressar la bellesa i l'harmonia era la música. Els tons són la qualitat del so que ens permet ordenar-los de greus fins a aguts. Els tons depenen del nombre de vibracions per unitat de temps, de manera que a major número de vibracions, serà un to agut, i a menor nombre serà més greu. Ara calia relacionar les vibracions amb els planetes.

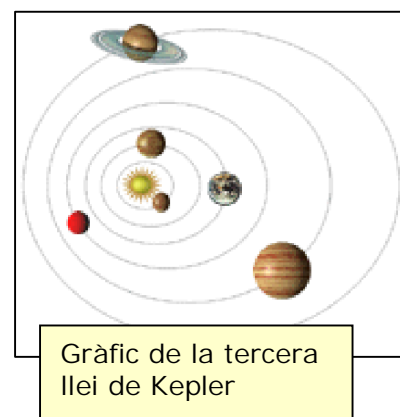
El que Kepler tenia en ment, era fer correspondre les velocitats angulars amb el número de vibracions, de tal manera que una alta velocitat dona lloc a un to agut i una baixa velocitat a un to greu.

Així, Kepler creu haver descobert la última raó que fa intel·ligible la variació de les velocitats i les excentricitats de les òrbites planetàries. Es tracta de la música dels planetes, on el compositor no pot ser altre que Déu, per això ha concebut l'Univers des d'una doble harmonia: matemàtica i musical.

#### 4.3 d) Tercera llei del moviment planetari

Kepler aspirava a trobar la relació que hi ha entre les distàncies i velocitats dels planetes (fet que ja s'havia plantejat a la seva primera obra sense poder-ho descobrir). Però com la velocitat no només parla de espai recorregut, sinó també de temps utilitzat. Aleshores es pregunta si existeix alguna forma que lligui el període de la òrbita d'un planeta (temps de revolució) amb la distància al Sol.

La resposta és la tercera llei de Kepler: *els quadrats dels períodes de la òrbita dels planetes és proporcional als cubs de les distàncies mitjanes al Sol (radi mitjà entre l'afeli i el periheli)*. Per a Kepler, aquest descobriment, anava molt més lluny que les altres lleis anteriors, ja que relacionava els temps i les distàncies de tots els planetes, i no la de cadascun dels planetes per separat. A més, això significava un gran salt en la recerca de l'harmonia Universal. Tot i que la utilitat pràctica d'aquesta llei era més bé escassa, Newton li va treure el profit necessari.



Gràfic de la tercera llei de Kepler

A diferència de l'obra que ens va presentar a *Astronomia Nova*, ara no ens mostra cap indicació de com va poder arribar a formular la tercera llei. Molts autors suggereixen, que el procediment emprat fos el d'assaig i error.

#### 4.3 Sòlids platònics: Els políedres regulars

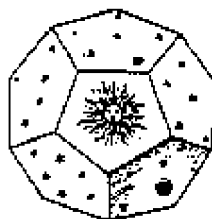
En el segle XVI, els políedres regulars van inspirar a Kepler en una teoria sobre el moviment planetari. En aquesta teoria comentada anteriorment, creia que els radis de les òrbites circulars dels planetes estaven en proporció amb els radis de les esferes inscrites en els sòlids platònics disposats un dintre de l'altre. A més, a cada un d'aquests sòlids li va atribuir unes propietats:



TERRA



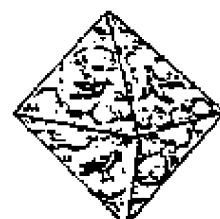
FOC



UNIVERS



AIGUA



AIRE

En geometria, podem considerar que els políedres, són sòlids de cares planes. Però els políedres que tenen com a cares polígons regulars iguals, són políedres regulars, que concretament són cinc, i les característiques són les següents:

<b>Políedre</b>	<i>Hexàedre regular</i>	<i>Tetràedre regular</i>	<i>Dodecàedre regular</i>	<i>Icosàedre regular</i>	<i>Octàedre regular</i>
Cares	6 quadrats	4 triangles	12 pentàgons	20 triangles	8 triangles
Vèrtex	8	4	20	12	6
Arestes	12	6	30	30	12
Arestes per vèrtex	3	3	3	5	4
Àrea de la superfície	$6a^2$	$\sqrt{3}a^2$	$3\sqrt{25+10\sqrt{5}}a^2$	$5\sqrt{3}a^2$	$2\sqrt{3}a^2$
Volum	$a^3$	$\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$	$\frac{\sqrt{15+7\sqrt{5}}}{4}a^3$	$\frac{5\sqrt{3+\sqrt{5}}}{12}a^3$	$\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$